开课学院、实验室： 数理学院 DS1421　　　　**实验时间 ：** **2010 年 3 月 18 日**

课程名称	数学实验	实验项目名　称	飞机如何定价 ——方程求解	实验项目类型				
				验证	演示	综合	设计	其他
指导教师	肖剑	成　绩						√

实验目的

［1］复习求解方程及方程组的基本原理和方法；

［2］掌握迭代算法；

［3］熟悉 MATLAB 软件编程环境；掌握 MATLAB 编程语句(特别是循环、条件、控制等语句)；

［4］通过范例展现求解实际问题的初步建模过程；

通过该实验的学习，复习和归纳方程求解或方程组求解的各种数值解法（简单迭代法、二分法、牛顿法、割线法等），初步了解数学建模过程。这对于学生深入理解数学概念，掌握数学的思维方法，熟悉处理大量的工程计算问题的方法具有十分重要的意义。

问题重述

基础实验

1．用图形放大法求解方程 $x\sin(x)=1$. 并观察该方程有多少个根。

2．将方程 $x^5+5x^3-2x+1=0$ 改写成各种等价的形式进行迭代，观察迭代是否收敛，并给出解释。

3．求解下列方程组

(1) $$\begin{cases}2x_1-x_2=e^{-x_1}\\-x_1+2x_2=e^{-x_2}\end{cases}$$

(2) $$\begin{cases}x_1^2-5x_2^2+7x_3^2=-12\\3x_1x_2+x_1x_3-11x_1=0\\2x_2x_3+40x_1=0\end{cases}$$

直接使用 MATLAB 命令：solve()和 fsolve()对方程组求解。

4．编写用二分法求方程根的函数 M 文件。

应用实验

油价与船速的优化问题

油价的上涨，将影响大型海船确定合理的航行速度，以优化航行收入。直观地，油耗的多少直接影响船速的快慢，因而直接影响航行时间的长短，进而影响支付船员人工费用数量。过去有一些经验表明：(1) 油耗正比于船速的立方；(2) 最省油航速的基础上改变 20%的速度；则引起 50%的油耗的变化。作为一个例子：某中型海船，每天油耗 40 吨，减少 20%的航速，省油 50%、即 20 吨。每吨油价 250 美元，由此每天减少耗油费用 5000 美元，而航行时间的增加将增加对船员支付的费用的增加，如何最优化?

算例：航程 *L*=1536 海里，标准最省油航速 20 节，油耗每天 50 吨，航行时间 8 天。最低航速 10 节，本次航行总收入为 84600 美元。油价 250 美元/吨，日固定开支 1000 美元。试确定最佳航速。

实验内容

1．方程求解和方程组的各种数值解法练习
2．直接使用 MATLAB 命令对方程和方程组进行求解练习
3．针对实际问题，试建立数学模型，并求解。

实验过程

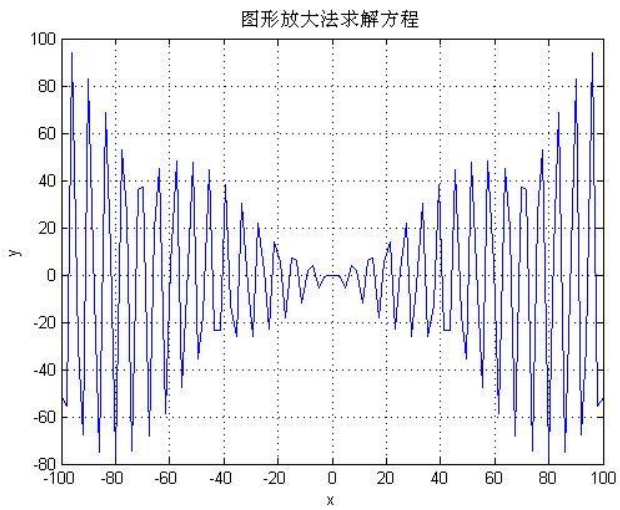
1．开启软件平台——MATLAB，开启 MATLAB 编辑窗口；
2．根据各种数值解法步骤编写 M 文件
3．保存文件并运行；
4．观察运行结果；

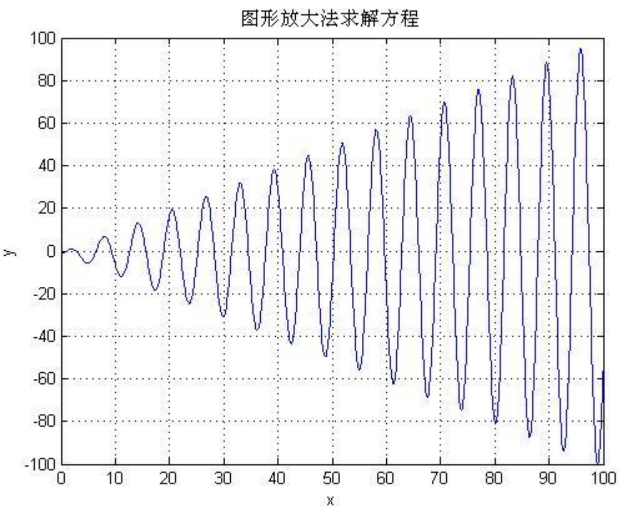
问题一

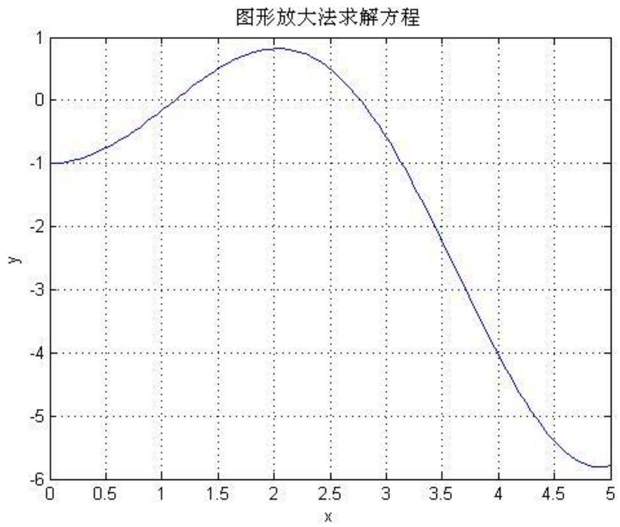
1.M 文件

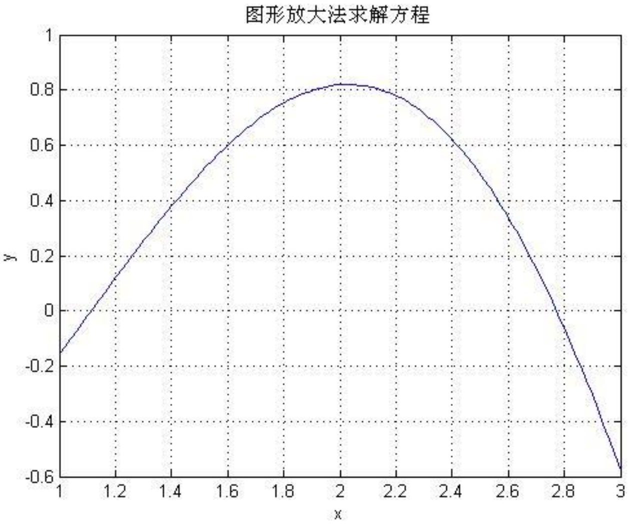
```
fprintf('作出 f(x)=x sin(x) - 1 的函数图象');
x=linspace(-100,100,100);%此处数值根据图像不断更改，从[0,100]不断缩小范围
y=x.*sin(x)-1;%注意乘号前带点
plot(x,y);grid;xlabel('x');ylabel('y');title('图形放大法求解方程')
```

2，运行结果









3.运行结果分析

从图像可看出，方程 $x\sin(x)=1$ 有无数组解，且其关于Y轴对称，若仅考虑在区间[0,pi]内，有两个根，从图像看大致为1.42和2.68.

问题二

1.M 文件

```
fprintf('\nx^5 +5*x^3- 2*x + 1 = 0  等价变形为  x =0.5*x^5+2.5*x^3+0.5 ')
  %运行后发现具有发散性，选择其他迭代形式
fprintf('\nx^5 +5*x^3- 2*x + 1 = 0  等价变形为  x =0.4*x-0.2*x^5-0.2 )^(1/3)')
x=0.1,y=1,   %注意 x 的初值设定
for k=1:22
    x=0.5*x^5+2.5*x^3+0.5,
    y=(0.4*y-0.2*y^5-0.2)^(1/3),
end
```

2.运行结果

```
x^5 +5*x^3- 2*x + 1 = 0 等价变形为 x =0.5*x^5+2.5*x^3+0.5
x^5 +5*x^3- 2*x + 1 = 0 等价变形为 x =0.4*x-0.2*x^5-0.2 )^(1/3)
```

```
x =    0.1000
y =     1

x =    0.5025
y =     0

x =    0.8332
y =   0.2924 + 0.5065i

x =    2.1471
y =   0.4873 + 0.3750i

x =   48.0615
y =   0.4701 + 0.2548i

x =  1.2850e+008
y =   0.3935 + 0.2364i

x =  1.7517e+040
y =   0.3686 + 0.2837i

x =  8.2456e+200
y =   0.3947 + 0.3044i

x =   Inf
y =   0.4103 + 0.2922i
x =   Inf
y =   0.4057 + 0.2811i

x =   Inf
y =   0.3983 + 0.2821i

x =   Inf
y =   0.3977 + 0.2867i

x =   Inf
y =   0.4004 + 0.2877i

x =   Inf
y =   0.4014 + 0.2863i

x =   Inf
y =   0.4007 + 0.2854i

x =   Inf
```

```
y =   0.4001 + 0.2857i

x =   Inf
y =   0.4002 + 0.2862i

x =   Inf
y =   0.4005 + 0.2862i

x =   Inf
y =   0.4005 + 0.2860i

x =   Inf
y =   0.4004 + 0.2860i

x =   Inf
y =   0.4004 + 0.2860i

x =   Inf
y =   0.4004 + 0.2860i

x =   Inf
y =   0.4004 + 0.2860i
>>
```

3.结果分析

可看出，最后 y 的值不再发生变化，因而解为 0.4004 + 0.2860i

问题三

1.M 文件

方程一

```
[x1,x2]=solve('x1*2-x2-exp(-x1 )','-x1+2*x2-exp(-x2)')
```

方程二

```
%建立方程组的 M-函数文件(fc.m)
function eq=fc(x)
        eq(1)=(x(1))^2-5*(x(2))^2+7*(x(3))^2+12;
        eq(2)=3*x(1)*x(2)+x(1)*x(3)-11*x(1);
        eq(3)=2*x(2)*x(3)+40*x(1);
%运行程序(sy2_3_4.m)
y=fsolve('fc',[1,1,1],1)
```

2.运行结果

方程一

x1 =.56714329040978387299996866221036

x2 =.56714329040978387299996866221036

```
>>
方程二
Optimization terminated: first-order optimality is less than options.TolFun.
y =      0.0000      1.5492      0.0000
>>
```

问题四

1.M 文件

```
syms x a b,
   %定义符号变量
a=0;
b=4;
fa=feval('FC_EFF',a);fb=feval('FC_EFF',b);
   %可根据条件改变所需要的函数名
time=0;
while(time<20)
    h=(a+b)/2;
    fh=feval('FC_EFF',h);
    if(fh==0)
        break
    else if ((fa*fb)<0)
            b=h;fb=fh;
        else
            a=h;fa=fh;
        end
        time=time+1,
        h,
    end
end

function s=FC_EFF(x)
   %测试用函数 M 文件
s=exp(x)+10*x-2;
```

2.运行结果

```
time =      1
h =      2
time =      2
h =      1
time =      3
h =      0.5000
time =      4
h =      0.2500
time =      5
h =      0.1250
```

time =   6
h =   0.0625
time =   7
h =   0.0313
time =   8
h =   0.0469
time =   9
h =   0.0547
time =   10
h =   0.0586
time =   11
h =   0.0605
time =   12
h =   0.0615
time =   13
h =   0.0620
time =   14
h =   0.0623
time =   15
h =   0.0624
time =   16
h =   0.0624
time =   17
h =   0.0625
time =   18
h =   0.0625
time =   19
h =   0.0625
time =   20
h =   0.0625
>>

3.结果分析

跟应为 0.0625

应用实验

1. 问题分析：

根据已知条件知：每天大约航行 9.6 小时

2. 假设与模型

由于油耗正比于船速的三次方，所以油耗 w=(v/20)^3*50

耗油费 price_w=50*250*(v/20)^3=25/16*v^3.

每天固定开支 KZ=L/(9.6*v)*1000=104*L/v.

利润函数 LR=84600-25/16* v^3-104*L/v.

要求得最大利润时的航速，转化为求利润导函数的驻点，也就是导函数 LRD（v）的零点，即

解方程：-75/16*v^2+104*L/(v^2)=0

3，运行结果及分析

LRD =104*L/v^2-75/16*v^2

v =2/15*30^(1/2)*(78^(1/2)*L^(1/2))^(1/2)
-2/15*30^(1/2)*(78^(1/2)*L^(1/2))^(1/2)
2/15*i*30^(1/2)*(78^(1/2)*L^(1/2))^(1/2)
-2/15*i*30^(1/2)*(78^(1/2)*L^(1/2))^(1/2)

由于限制条件 v>=10 且为实数，所以 v=13.5869

附录：

```
syms LRD L v
LRD=104*L/(v^2)-75/16*v^2
v=solve('104*L/(v^2)-75/16*v^2')
```

总结与体会

在这次的实验中，学会了使用图形放大法求解方程，同时还渐渐熟悉了使用 solve（）和 fsolve()函数求解方程和方程组，对迭代思想和其现也有了进一步的认识。

但是对于应用问题，抽象模型还不熟练。总觉得题目里一些条件有矛盾。

教师签名

年　月　日